Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Профиль олимпиады: «Компьютерное моделирование и графика», тур по математике и инженерной графике

Класс участия: 8-9 **Вариант задания: 2**

Задача 1 (10 *баллов*). На весенней распродаже девушка приобрела зимние ботинки со скидкой 40% и шапку со скидкой 20%. За все покупки она заплатила 9180 руб. При этом сэкономила 32% их суммарной первоначальной стоимости. Найдите первоначальную стоимость шапки и ботинок.

Задача 2 (10 *баллов*). В окружности радиуса 8 см проведены хорда KL и диаметр PK, который образует с хордой угол $30°$. Через точку L к окружности проведена касательная, которая пересекает прямую PK в точке M. Найдите длину медианы KN треугольника KLM.

Задача 3 (10 *баллов*). При каких значениях параметра a уравнение

$$\sqrt{x^2 - 2\sqrt{5}\cdot x + 5} + \sqrt{2 - 2\sqrt{2}\cdot x + x^2} = a$$

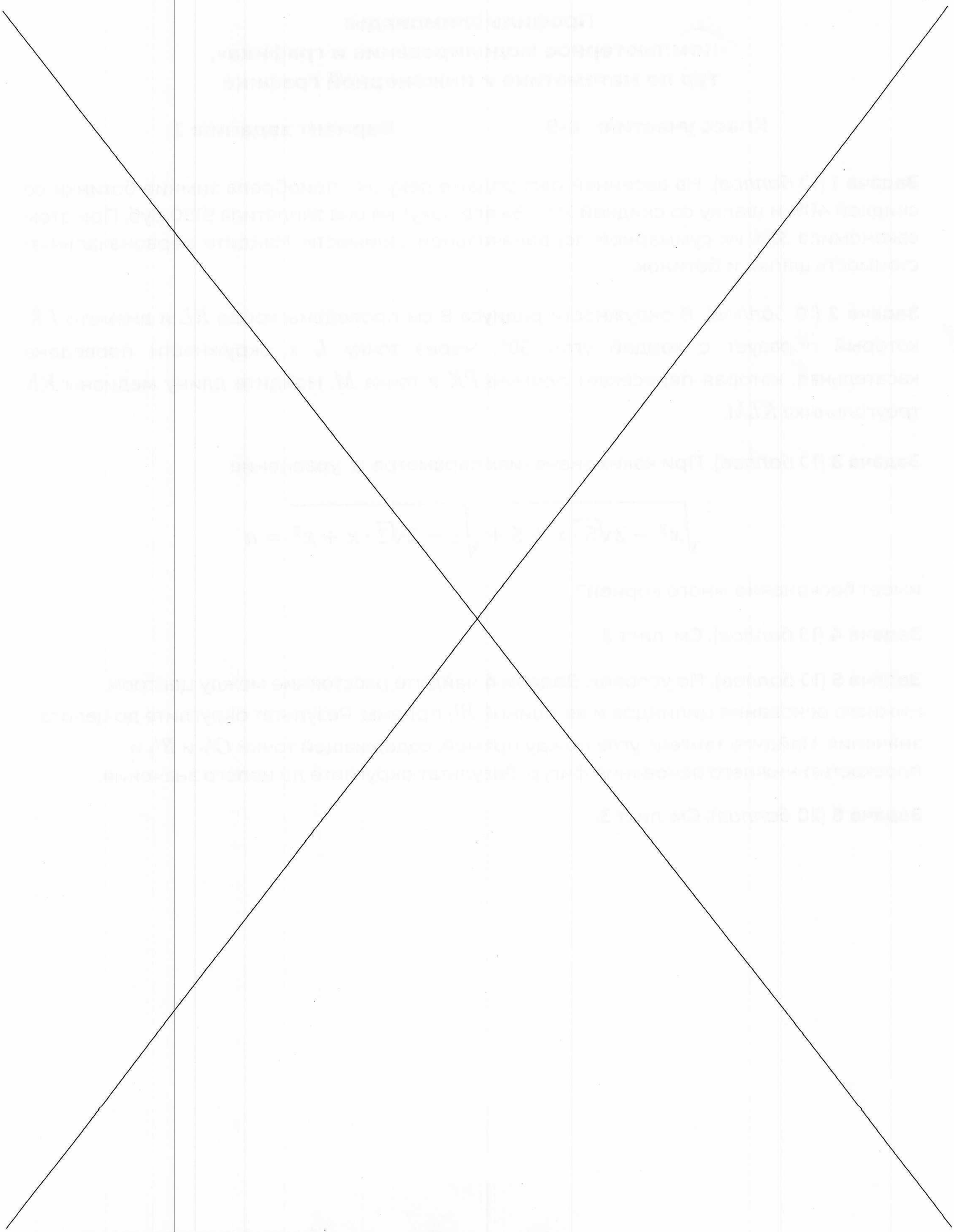
имеет бесконечно много корней?

Задача 4 (10 *баллов*). См. лист 2.

Задача 5 (10 *баллов*). По условию **Задачи 4** найдите расстояние между центром нижнего основания цилиндра и вершиной B'_1 призмы. Результат округлите до целого значения. Найдите тангенс угла между прямой, содержащей точки O'_P и B'_1 и плоскостью нижнего основания фигур. Результат округлите до целого значения.

Задача 6 (20 *баллов*). См. лист 3.

На этом листе запрещено делать записи и пометки



Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Профиль: Компьютерное моделирование и графика;
тур по математике и инженерной графике.

Вариант: 1 *класс: 8–9*

Задача 4 *(10 баллов). Даны горизонтальные проекции центров окружностей оснований наклонного цилиндра* ***O' и O'1*** *, вершин* ***A'*** *и* ***A'1*** *бокового ребра наклонной призмы* $ABCDA_1B_1C_1D_1$ *и центра квадрата* ***O'р*** *её нижнего основания. Нижние основания фигур расположены в одной плоскости. Основание цилиндра принадлежит горизонтальной плоскости проекций и его диаметр 70мм. Высота цилиндра 70 мм. Плоскость верхнего основания призмы параллельна плоскости верхнего основания цилиндра и ниже ее на 15 мм.*

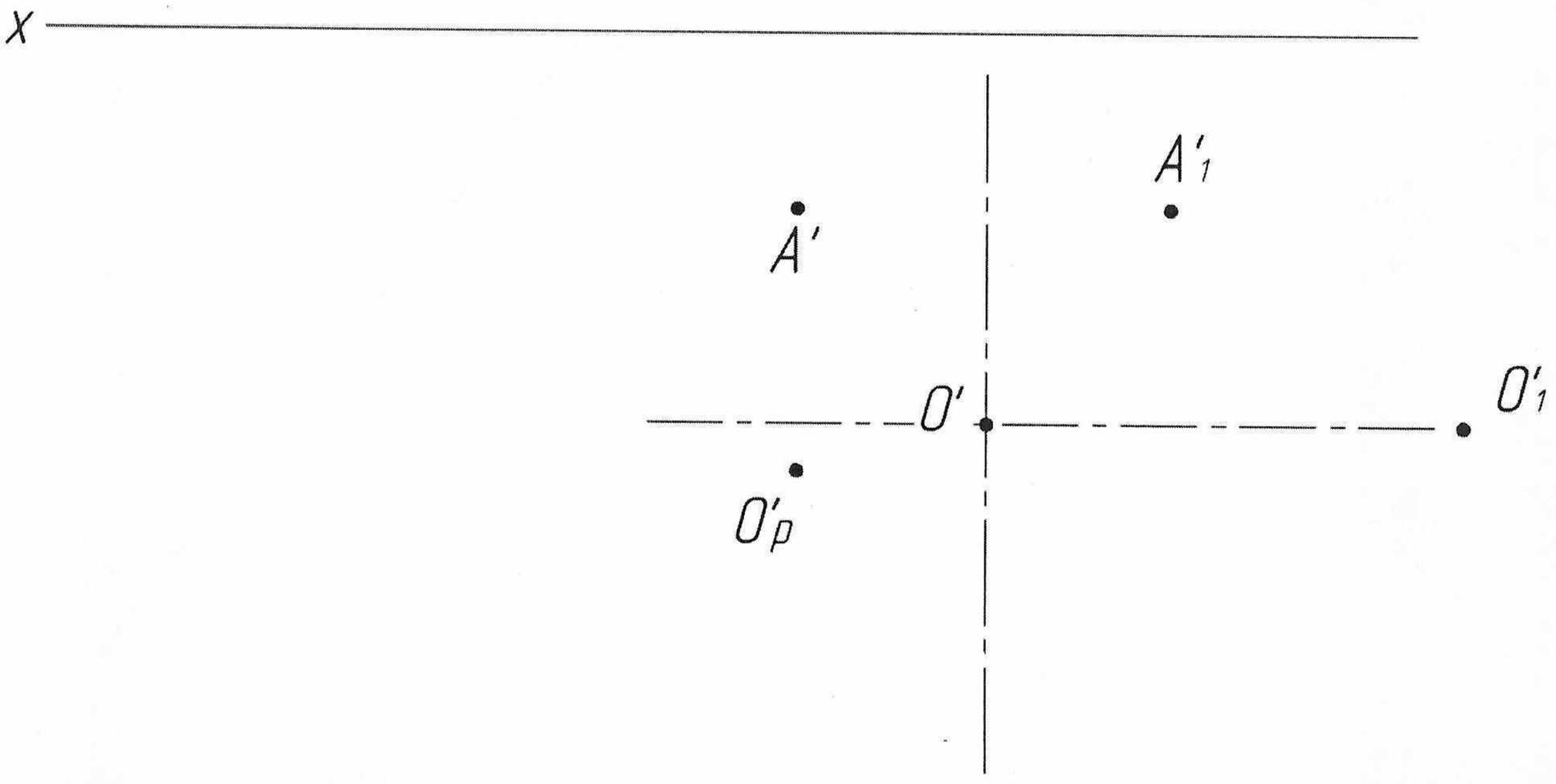
Требуется:

1) построить фронтальную и горизонтальную проекции наклонного цилиндра с учетом выреза в форме наклонной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ *с соблюдением проекционной связи;*

2) построить и обозначить проекции вершин призмы и границ участков линии выреза в цилиндре;

3) обозначить видимость линий цилиндра с вырезом и указать осевые и центровые линии;

4) оформить все изображения в соответствии с требованиями ЕСКД.

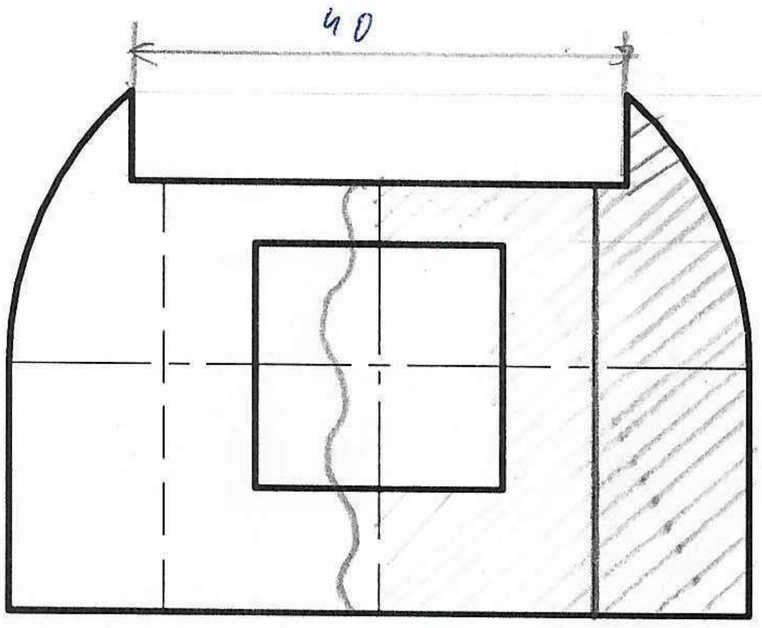


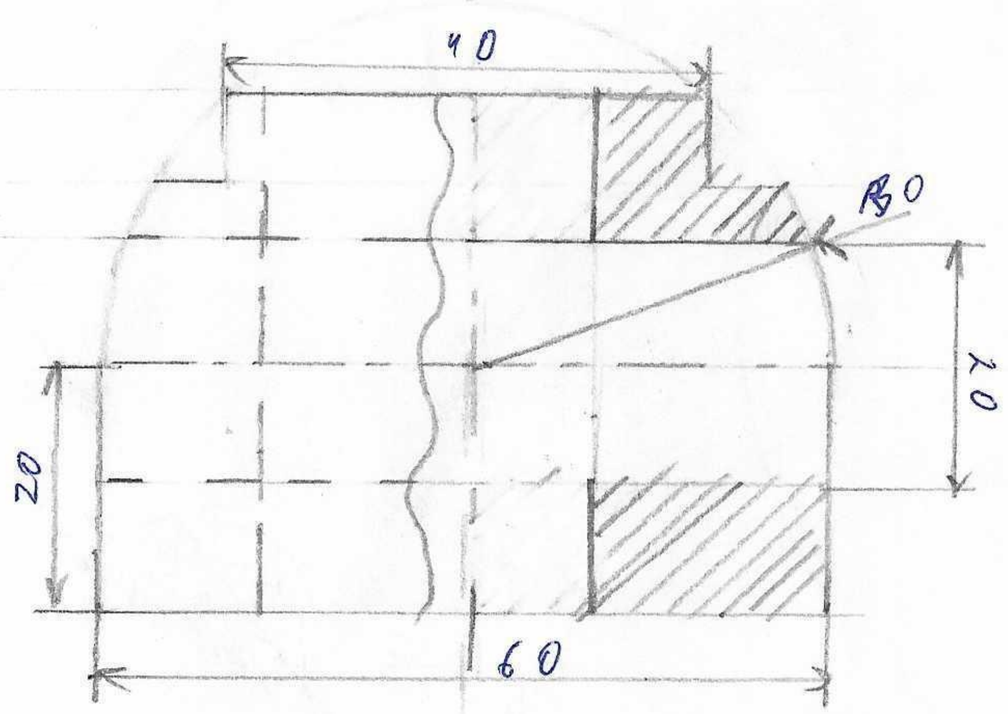
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

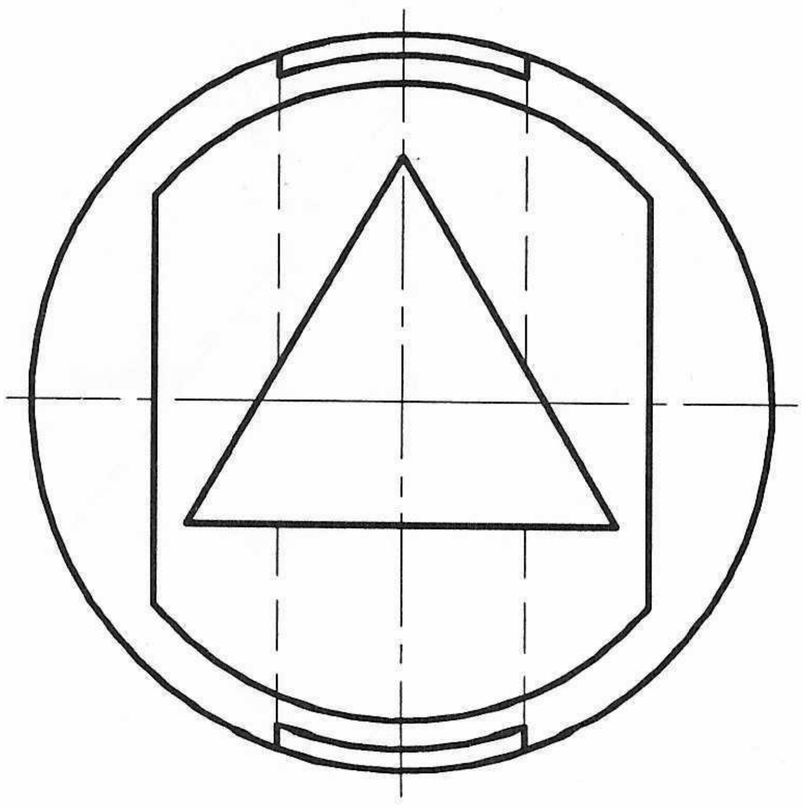
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Профиль: Компьютерное моделирование и графика;
тур по математике и инженерной графике.
Вариант:1 *класс: 8–9*

Задача 6 (20 баллов). Даны две проекции предмета.
Требуется:
1) выполнить изображение предмета на месте вида слева как полный профильный разрез для случая без обозначения разреза;
2) главный вид оформить как соединение части вида и части фронтального разреза с обозначением разреза, плоскость разреза указать через ось цилиндра;
3) все изображения выполнить в проекционной связи на местах соответствующих основных видов и оформить по ГОСТ 2.305–2008;
4) решение оформить линиями по ГОСТ 2.303–68;
5) штриховку выполнить по ГОСТ 2.306–68;
6) проставить размеры по ГОСТ 2.307–2011;
7) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.







Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Вариант задания 2

№1

Пусть x руб - цена шапки

y руб - цена ботинок

0,8x - цена шапки со скидкой

0,6y - цена ботинок со скидкой

0,68(x+y) - цена с доставкой

По условию задачи за все было заплачено 9180 руб

составим систему уравнений

$$\begin{cases} 0,68(x+y)=9180 \\ 0,6y+0,8x=0,68(x+y) \end{cases}$$

$$60y+80x=68x+68y$$

$$3x=2y$$

$y=1,5x$ - подставим в 1 уравнение

$$0,68(x+1,5x)=9180$$

$$0,68(2,5x)=9180$$

$$2,5x=13500$$

$$x=5400 \qquad y=1,5x=8100$$

9180000 | 68

68 | 13500

230

204

340

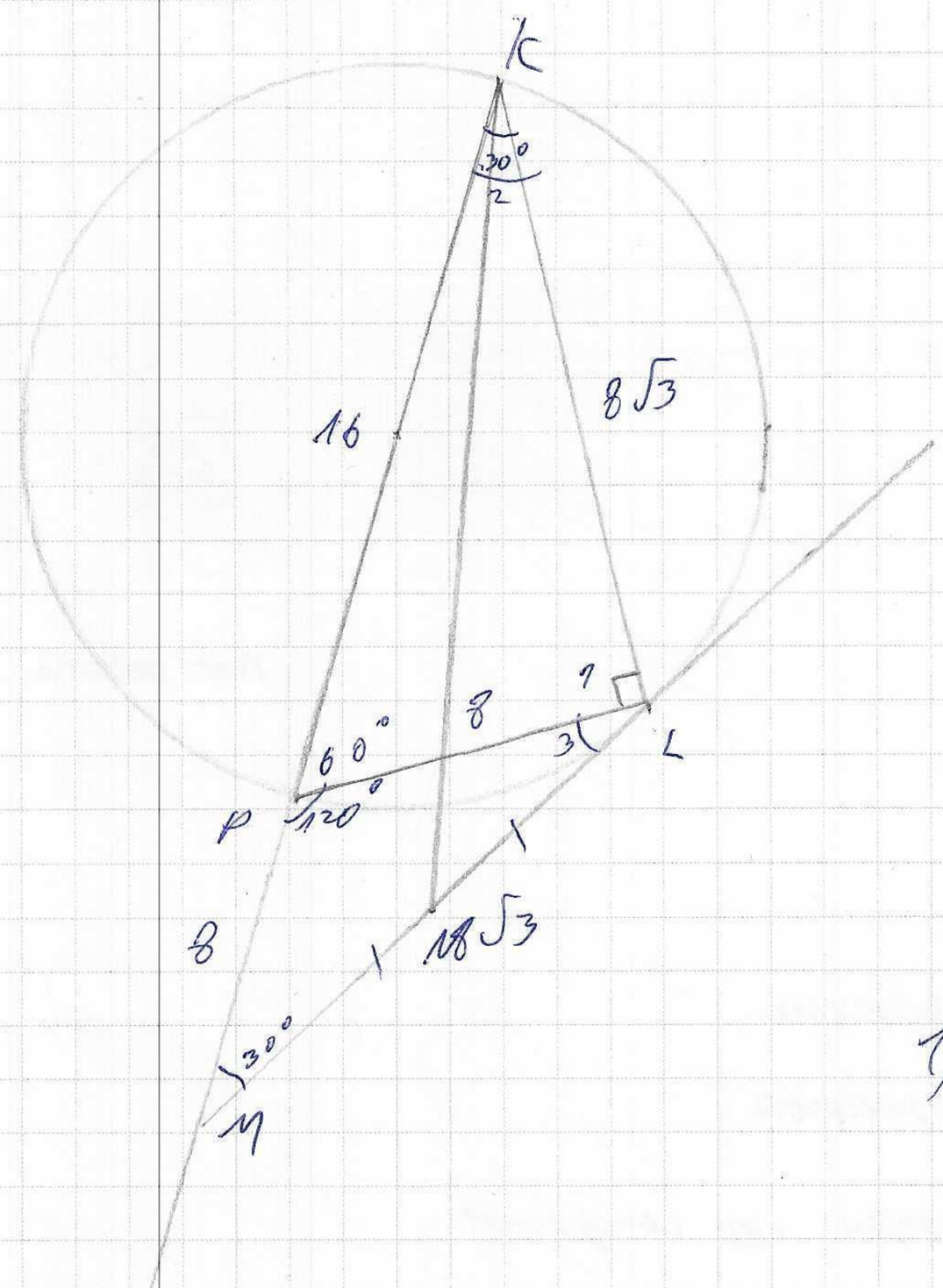
340

0

Ответ: 5400 - цена шапки

8100 - цена ботинок.

Можно использовать оборот листа для записи решений



Дано

Окр (O, R)

$R = 8$ см

KL - хорда

$\angle PKL = 30^\circ$

ML - касательная

Найти KN - медиана

Решение

1) Проведем PL

$\angle 1$ - прямой т. K

Отрезается на диаметр.

2) $\angle P = 60^\circ \Rightarrow PL = \frac{1}{2} RPK \Rightarrow 8$

3) Рассмотрим $\triangle PLK$

По т. Пифагора

$PK^2 = PL^2 + KL^2$

$KL = \sqrt{PK^2 - PL^2} = \sqrt{16^2 - 8^2} = 8\sqrt{3}$

4) По св. касательной

$\angle 2 = \angle 3 = 30^\circ$

5) $\angle MPL = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \Rightarrow$

$\angle PML = 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ = 30^\circ \Rightarrow$

$\triangle MPL$ - р/б $MP = 8$

6) Рассмотрим $\triangle MKL$:

$\angle K = 30^\circ$; $\angle L = 30^\circ \Rightarrow MKL$ - р/б $\Rightarrow ML = 8\sqrt{3}$

7) Проведем медиану KN в $\triangle MKL \Rightarrow MN = 4\sqrt{3}$

Рассмотрим $\triangle MKN$:

По т. cos-ов.

$KN^2 = MN^2 + MK^2 - MK \cdot MN \cdot \cos 30^\circ$

$KN = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 24^2 - 4\sqrt{3} \cdot 24 \cdot \cos 30^\circ}$

$KN = \sqrt{48 + 476 - 96\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{48 + 476 - 144} = \sqrt{380} = 2\sqrt{95}$

Ответ: $2\sqrt{95}$

№3

$\sqrt{x^2 - 2\sqrt{5}x + 5} + \sqrt{2 - 2\sqrt{2} \cdot x + x^2} = a$

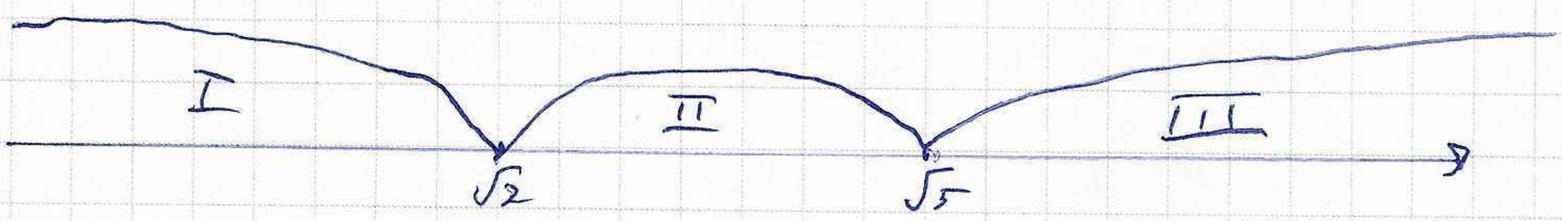
Задача на с функцией

$y = \sqrt{x^2 - 2\sqrt{5}x + 5} + \sqrt{2 - 2\sqrt{2} \cdot x + x^2}$

$y = a$

$y = \sqrt{(x - \sqrt{5})^2} + \sqrt{(\sqrt{2} - x)^2} = |x - \sqrt{5}| + |\sqrt{2} - x|$

Найдем нули



Пусть $x \leq \sqrt{2}$ Пусть $x = 0$ из I промежутка

$|0 - \sqrt{5}| + \sqrt{} < 0 \Rightarrow |x - \sqrt{5}| = \sqrt{5} - x$

$|\sqrt{2} - 0| > 0 \Rightarrow |\sqrt{2} - x| = \sqrt{2} - x$

$y = \sqrt{5} - x + \sqrt{2} - x = -2x + \sqrt{5} + \sqrt{2}$ при $x \leq \sqrt{2}$

Пусть $\sqrt{2} < x \leq \sqrt{5}$ Пусть $x = 2$ из II промежутка

$|2 - \sqrt{5}| < 0 \Rightarrow |x - \sqrt{5}| = \sqrt{5} - x$

$|\sqrt{2} - 2| < 0 \Rightarrow |\sqrt{2} - x| = x - \sqrt{2}$

$y = \sqrt{5} - x + x - \sqrt{2} = \sqrt{5} - \sqrt{2}$ при $\sqrt{2} < x \leq \sqrt{5}$

Пусть $x > \sqrt{5}$ Тогда $x = 3$ из III пункт.

$|3 - \sqrt{5}| > 0 \Rightarrow |x - \sqrt{5}| = x - \sqrt{5}$

$|\sqrt{2} - 3| \neq 0 \Rightarrow |\sqrt{2} - x| = x - \sqrt{2}$

$y = x - \sqrt{5} + x - \sqrt{2} = 2x - \sqrt{5} - \sqrt{2}$ - при $x > \sqrt{5}$

Тогда

$$\begin{cases} y = -2x + \sqrt{5} + \sqrt{2} & \text{при } x \leq \sqrt{2} \\ y = \sqrt{5} - \sqrt{2} & \text{при } \sqrt{2} < x \leq \sqrt{5} \\ y = 2x - \sqrt{5} - \sqrt{2} & \text{при } x > \sqrt{5} \end{cases}$$

$y = a$ - беск. много реш.

Чтобы было бесконечное число решений, прямые должны совпасть. $\Rightarrow$ Угловой коэф. должен быть одинаковый.

~~y — да — уг~~ y а ур. коэф = 0

$y = -2x + \sqrt{5} + \sqrt{2}$ ур. коэф $= -2$

$y = \sqrt{5} - \sqrt{2}$ ур. коэф. $\neq 0$ - подходит

$y = 2x - \sqrt{5} - \sqrt{2}$ ур. коэф $= 2$

Значит $a = \sqrt{5} - \sqrt{2}$

Ответ: $\sqrt{5} - \sqrt{2}$.